

Title	南雲氏ノ問題ニ就イテ（Ⅰ）
Author(s)	北川, 敏男
Citation	全国紙上数学談話会. 45 p.8-p.21
Issue Date	1935-06-18
oaire:version	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74076
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

154. 南雲氏ノ問題ニ就イテ(I)

北川 敏男 (阪大)

1. *Linear translative functional transformation* = 関スル展開問題 —— 南雲氏ノ問題ニ就イテ。次ノ如キ結果ヲ得マシタ。

[假定 I,] $\varphi(t)$ ハ 有限 区間 $a \leq t \leq b$ = テ 有界変分デアリ、茲テ

$$\varphi(t) = \Delta(t) + g(t)$$

ココニ、 $\Delta(t)$ ハ 各 t_i = テ *spring* $A_i (\neq 0)$ ヲモチ他テハ 常数 = ナルヤウナ、到ルトコロ右ニ 連続ナ階段函数デアルトスル。(但シ $a < t_1 < t_2 < \dots < t_n < b$)

又連続函数 $g(t)$ = 関シテハ、 $g'(t)$ が存在シテ且ツ
 $g'(t)$ が全連続デアルトスル。

[假定 I₂] $g'(b) \neq 0, g'(a) \neq 0$

[假定 II₁] 函数 $f(x)$ ハ區間 $[2a, 2b]$ デ Lebesgue
 積分可能デアアル。

[假定 II₂] $f(x)$ が一点 x_0 (但シ $a < x_0 < b$) = テ
 有界変分デアルトスル。

然ル時ニハ

[主張] 点 x_0 = 對シテ

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{C_n} \frac{1}{G(\lambda)} \left\{ \int_a^b e^{\lambda(x_0 + \eta)} \left(\int_0^\eta e^{-\lambda t} f(t) dt \right) d\varphi(\eta) \right\} d\lambda$$

$$\longrightarrow \frac{f(x_0 + 0) + f(x_0 - 0)}{2}$$

但シ $G(\lambda) = \int_a^b e^{\lambda t} d\varphi(t)$ 。

又 $\{C_n\}$ ナル閉曲線系列ノトリカタハ後述スル如ク適當ニ
 ルノデアアルガ、ソレハ $G(\lambda)$ ノミニ關係シテトレル (x_0 ノ
 値ニハ無關係デアアル)。

注意: $a < 0 < b$ トシテオク。

注意: “假定” ハ、数物常會 (大阪支部) デ述べタ其ノ依ノ
 形ヲ採用シタ。シカシモツト拡張出來ルガ後述ニ譲ル。

2. 豫備定理 1. (Jitchmarsh) $\psi(t)$ が有限區間
 $a \leq t \leq b$ = テ Lebesgue 積分可能ナラバ

$$\int_q^p e^{\lambda t} \psi(t) dt = o(e^{\lambda p}) \quad (R\lambda \geq 0 = \tau)$$

$$= o(e^{\lambda q}) \quad (R\lambda \leq 0 = \tau)$$

豫備定理 2. (Langer) $\psi(t)$ が有限区間
 $q \leq t \leq p = \tau$ 連続ナラバ

$$\int_q^p e^{\lambda t} \psi(t) dt = \frac{[\psi(p)] e^{\lambda p} - [\psi(q)] e^{\lambda q}}{\lambda}$$

$$\begin{aligned} \text{但シ } [\psi(p)] &= \psi(p) + o(1) & \left(\begin{array}{l} \lambda \text{ノ函数トシテ} \\ |\lambda| \rightarrow \infty \text{ノトキ} \end{array} \right) \\ [\psi(q)] &= \psi(q) + o(1) \end{aligned}$$

豫備定理 3. 次ノ如キ閉曲線系列 $\{\mathbb{C}_n\}$ ヲツクリ得
 ル。

$$1^\circ \quad \mathbb{C}_n \subset \mathbb{C}_{n+1} \subset \mathbb{C}_{n+2} \subset \mathbb{C}_{n+3} \subset \dots$$

$$2^\circ \quad \mathbb{C}_n \text{ ト原点 トノ距離ハ } n \text{ ト共ニ限リナク増ス。}$$

$$3^\circ \quad \mathbb{C}_n = \mathbb{C}_n^{(+)} + \mathbb{C}_n^{(-)} \quad (\text{即チ虚軸ニヨツテ分タレタニ})$$

$$(\mu \geq 0) \quad (\mu \leq 0)$$

ツノ部分) トオクトキ

$$S_{\pm}(n, r) = \int_{\mathbb{C}_n^{(\pm)}} \frac{e^{\lambda r}}{\lambda \int_a^b e^{\lambda t} d\varphi(t)} d\lambda$$

ニツイテ次ノ事が成立スル:

$$A_1: \quad \lim_{n \rightarrow \infty} S_{-}(n, r) = 0 \quad (r > a \text{ ノトキ})$$

$$A_2: \quad \{S_{-}(n, r)\} \text{ ハ有界} \quad (r = a \text{ ノトキ})$$

$$B_1: \lim_{n \rightarrow \infty} S_+(n, r) = 0 \quad (r < b, r \neq 1)$$

$$B_2: \{S_+(n, r)\} \text{ は有界} \quad (r = b, r \neq 1)$$

系: $a < r < b \Rightarrow h(\lambda) = O(e^{\lambda r})$ ナラバ

$$\oint_{\mathbb{C}_n} \frac{h(\lambda)}{\lambda \int_a^b e^{\lambda t} d\varphi(t)} d\lambda \rightarrow 0 \quad (n \rightarrow \infty, r \neq 1)$$

豫備定理 4. 豫備定理 3 と同ジ $\{\mathbb{C}_m\}$ = 開シテ

$$\frac{1}{2\pi i} \oint_{\mathbb{C}_m} \frac{w_i(\lambda, \delta) \int_a^b e^{\lambda t} d\varphi(t)}{\lambda \int_a^b e^{\lambda t} d\varphi(t)} d\lambda \rightarrow \frac{1}{2}$$

$$\text{但シ } w_1(\lambda, \delta) \equiv 1$$

$$w_2(\lambda, \delta) \equiv 1 - e^{-\lambda \delta} \quad (0 < \delta < b - a)$$

$$w_3(\lambda, \delta) \equiv e^{\lambda \delta} - 1 \quad (0 < \delta < b - \beta)$$

$$\frac{1}{2\pi i} \oint_{\mathbb{C}_m} \frac{w_i(\lambda, \delta) \int_a^\alpha e^{\lambda t} d\varphi(t)}{\lambda \int_a^b e^{\lambda t} d\varphi(t)} d\lambda \rightarrow \frac{1}{2}$$

$$\text{但シ } w_1(\lambda, \delta) \equiv 1$$

$$w_2(\lambda, \delta) \equiv 1 - e^{\lambda \delta} \quad (0 < \delta < b - \alpha)$$

$$w_3(\lambda, \delta) \equiv e^{-\lambda \delta} - 1 \quad (0 < \delta < \alpha - a)$$

3. 豫備定理 3, 4 の証明ノ荒筋

假定 I_1, I_2 ガアルカラ、豫備定理 1, 2 ヲ用キテ

$$\lambda G(\lambda) = [g'(b)] e^{\lambda b} - [g'(a)] e^{\lambda a} + \lambda \sum_{i=1}^n A_i e^{\lambda t_i}$$

ヲ得ル。カゝル *exponential sum* ノ零点ノ分布ニ関シ
テハニミノ研究が知ラレテキル。今、Wilder: *Trans-*
action American Math. Soc. 18 = 於ケル結果ヲ
参照スルナラバ次ノ如キコトが云ヘル。

(i) $R\lambda \leq 0$ = テ、 $|\lambda|$ が充分大ナルトキ = ハ

(i)₁ $R\lambda \geq -K_0$ = テハ

λ が $\sum_{i=1}^n A_i e^{\lambda t_i} = 0$ ノドノ根ヨリモ $\delta(>0)$ 以上離

レテキルトキ = ハ、正数 K_δ がアツテ

$$|\lambda G(\lambda)| \geq K_\delta |\lambda e^{\lambda t_1}|$$

(i)₂ $R\lambda < -K_0$ = テハ

$$\lambda \text{ が } \lambda + \frac{-g'(a)}{A_1} e^{-\lambda(t_1-a)} = 0$$

ノドノ根カラモ $\delta(>0)$ 以上離レテキルトキ = ハ正数

H_δ がアツテ

$$|\lambda G(\lambda)| \geq H_\delta |\lambda e^{\lambda t_1}|$$

(i)₃ (i)₂ = テ特 =, $|\lambda| \leq \left| \frac{g'(a)}{A_1} e^{-\lambda(t_1-a)} \right| e^{-\sigma}$ ナル範囲

= テハ

$$|\lambda G(\lambda)| \geq P_\delta (1 - e^{-\sigma}) |e^{\lambda a}| \quad (P_\delta \text{ノ意味ハ前述=同シ})$$

(ii) $R\lambda \geq 0$ = テ $|\lambda|$ が充分大ナルトキ = ハ

(ii)₁ $R\lambda \leq K_0$ = テハ、 λ が $\sum_{i=1}^n A_i e^{\lambda t_i} = 0$ ノドノ根カラモ

$\delta(>0)$ 以上離レテキルトキ = ハ、正数 S_δ がアツテ

$$|\lambda G(\lambda)| \geq S_\delta |\lambda e^{\lambda t_n}|$$

(ii)₂ $R\lambda > K_0 = \text{テハ}$, λ が

$$\lambda + \frac{g'(b)}{A_n} e^{-\lambda(t_n-b)} = 0$$

ノドノ根カラモ $\delta(>0)$ 以上離レテキルトキニハ, 正数 T_δ ガアツテ

$$|\lambda G(\lambda)| \geq T_\delta |\lambda e^{\lambda t_n}|$$

(ii)₃ (ii)₂ = テ特ニ,

$$|\lambda| \leq \left| \frac{g'(b)}{A_n} e^{-\lambda(t_n-b)} \right| e^{-\sigma}$$

ナル範囲ニテハ

$$|\lambda G(\lambda)| \geq W_\delta (1 - e^{-\sigma}) |e^{\lambda b}|$$

(W_δ ノ意味ハ前述ニ同シ)

注意: K_0 ハ $\sum_{i=1}^n A_i e^{\lambda t_i}$ ノミニヨツテキマルモノデアル。

即チ $|R\lambda| \geq K_0 = \text{テハ}$ コノ *exponential sum* ハ零点ヲ

有シナイヌウナ K_0 デアル——カニル $K_0 (< \infty)$ ハ確

カニ存在スル。

更ニ、問題ノ *exponential sums* ノ零点ニ関シテハ次ノコトガ容易ニ分カル。

1° $\sum_{i=1}^n A_i e^{\lambda t_i}$ ノ零点ニツイテ

$$\text{矩形 } R: \begin{cases} y_1 \leq \nu \leq y_2 \\ -K_0 \leq \mu \leq K_0 \end{cases}$$

ニ属スル零点ノ個数ヲ $n(R)$ トスレバ (Wilder: *loc. cit.*)

$$-n + \frac{t_n - t_1}{2\pi} (y_2 - y_1) \leq n(R) \leq n + \frac{t_n - t_1}{2\pi} (y_2 - y_1)$$

コノ, *Wilder* ノ定理カラ 矩形 $R = T$ 、ドノ零点カラモ或
數, 例ヘバ

$$\frac{y_2 - y_1}{4 \left(n + \frac{t_n - t_1}{2\pi} (y_2 - y_1) \right)}$$

ヨリ大ナル距離ヲ, ドノ零点ニ関シテモ, 有スルトコロノ直
線 $V = y$ ヲ引ケル。

$$2^\circ \quad \lambda + \frac{-g'(a)}{A_1} e^{-\lambda(t_1 - a)} \text{ノ零点} = \text{ツイテ} \quad (R\lambda \leq 0)$$

$$\lambda = \mu_m + i\nu_m \text{ がコノ零点} = \text{ナルタメノ必充ハ} \\ = \rho_m e^{i\phi_m}$$

$$(\alpha) \quad \nu_m^2 = \left| \frac{g'(a)}{A_1} \right|^2 e^{-2\mu_m(t_1 - a)} - \mu_m^2$$

$$(\beta) \quad \phi_m = \theta_1 - \nu_m(t_1 - a) + 2m\pi \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

ナルニ式ヲ同時ニ充スコトデアル

$$\text{但シ} \quad \theta_1 = \text{Arg} \left\{ \frac{-g'(a)}{A_1} \right\}$$

依ツテ任意ノ正数 ε ニ對シテ $m \geq N_1(\varepsilon)$ ナルトキ

$$\nu_m = \frac{2m\pi + \theta_1 - \frac{\pi}{2} + \varepsilon_m}{t_1 - a} \quad (|\varepsilon_m| < \varepsilon)$$

$$\nu_{-m} = \frac{-2m\pi + \theta_1 + \frac{\pi}{2} + \varepsilon'_m}{t_1 - a} \quad (|\varepsilon'_m| < \varepsilon)$$

$$(m = N(\varepsilon), N(\varepsilon) + 1, \dots)$$

トナル。

$$3^{\circ} \quad \lambda + \frac{g'(b)}{A_n} e^{-\lambda(t_n-b)} \text{ノ零点} = \text{ツイテ } (R\lambda \geq 0 = \tau)$$

$$\lambda = \mu_m + i\nu_m = \rho e^{i\phi_m} \text{ノ零点} = \text{ナルタメ} = \text{ハ}$$

$$(\alpha) \quad \nu_m^2 = \left| \frac{g'(b)}{A_n} \right|^2 e^{-2\mu_m(t_n-b)} - \mu_m^2$$

$$(\beta) \quad \phi_m = \theta_2 - \nu_m(t_n-b) + 2m\pi \quad (m=0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

ナルコトが必充デアレ。

$$\text{但シ } \theta_2 = \text{Arg} \left\{ \frac{g'(b)}{A_n} \right\}$$

依ツテ任意ノ正数 ε = 對シテ $m \geq N_2(\varepsilon)$ ナルトキ

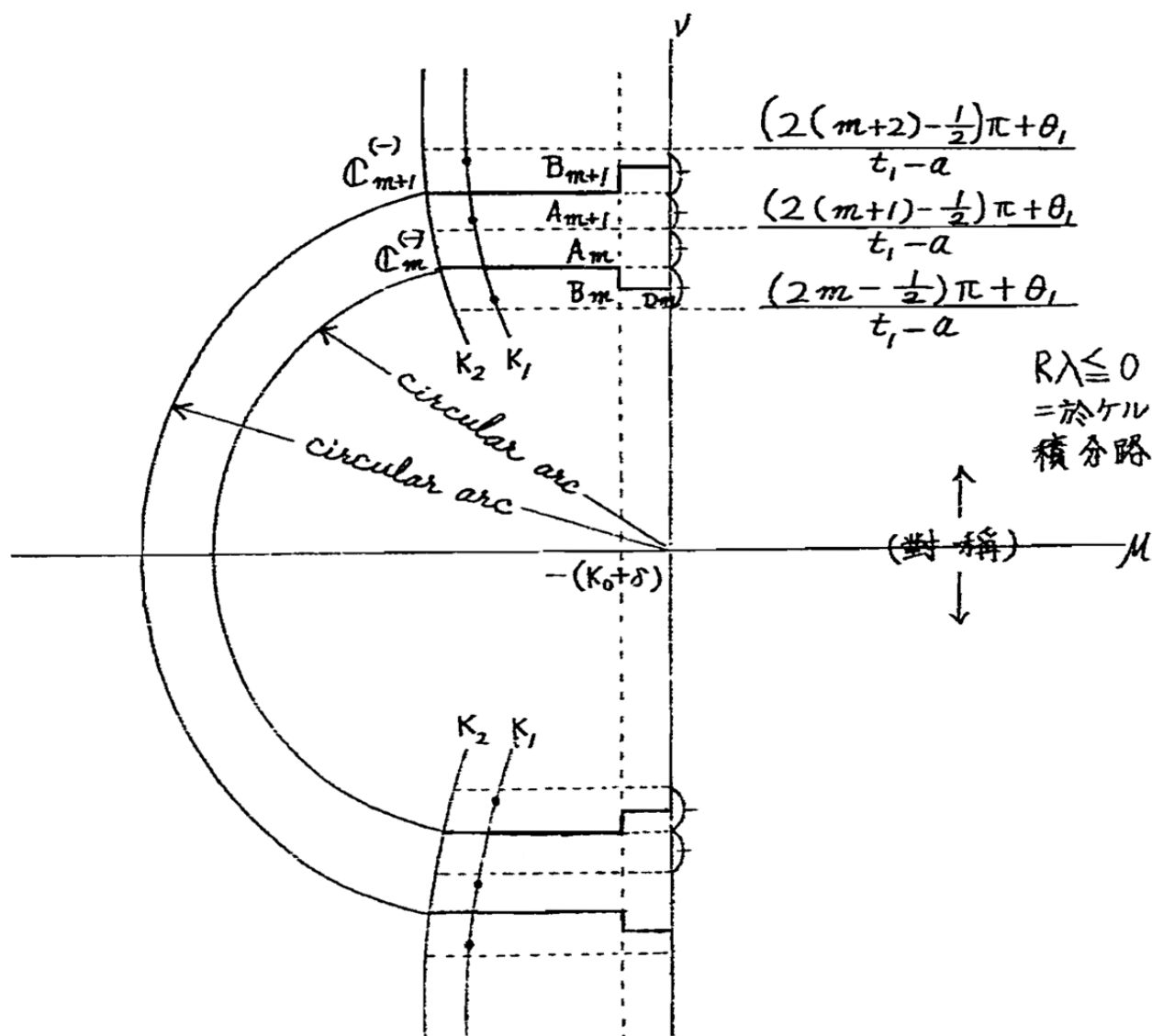
$$\nu_m = \frac{2m\pi + \theta_2 - \frac{\pi}{2} + \varepsilon_m''}{t_n - b} \quad (|\varepsilon_m''| < \varepsilon)$$

$$\nu_{-m} = \frac{-2m\pi + \theta_2 - \frac{\pi}{2} + \varepsilon_m''}{t_n - b} \quad (|\varepsilon_m''| < \varepsilon)$$

トナル。

以上ヲ準備ハ了ツタ。コレカラ $\{\mathbb{C}_n^{(-)}\}$ ノツクリカタハ次図

ノ如クスレバヨイコトガワカル。



注意 1° $R\lambda \leq 0$ = 於ケル積分路ハ, μ 軸 = 関シテ線對稱デアルコト。

注意 2° 曲線 K_1 : $|\lambda| = \left| \frac{g'(a)}{A_1} e^{-\lambda(t_1-a)} \right|$

曲線 K_2 : $|\lambda| = \left| \frac{g'(a)}{A_1} e^{-\lambda(t_1-a)} \right| e^{-\sigma} \quad (\sigma > 0)$

注意 3° $A_m = -(K_0 + \delta) + i \frac{(2m+1 - \frac{1}{2})\pi + \theta}{t_1 - a}$

A_m カラ μ 軸 = 平行線ヲ引イテ C_m ハキマル。

注意: 矩形 R_m :
$$\begin{cases} \frac{(2m-\frac{1}{2})\pi+\theta_1}{t_1-a} \leq \nu \leq \frac{(2(m+1)-\frac{1}{2})\pi+\theta_1}{t_1-a} \\ -K_0 \leq \mu \leq K_0 \end{cases}$$

ニ関シテ、前述ノ *Wilder* ノ定理ヲ適用スルト $\sum_{i=1}^n A_i e^{\lambda t_i}$
ノドノ零点カラモ

$$\frac{2\pi}{4(t_1-a) \left(n + \frac{(t_1-a)(t_n-t_1)}{2\pi} \right)}$$

ヨリ大ナル距離ヲ有スルヤウナ μ 軸 = 平行ナ線分ガ引ケル、
コレノ $R\lambda = -(K_0 + \delta)$ トノ交ハリヲ B_m トスル

$$R\lambda = K_0 + \delta \text{ トノ交ハリヲ } E_m \text{ トスル}$$

コノ線分ハ、 ν 軸ヲバ、

$$\frac{(2\delta-\frac{1}{2})\pi+\theta_2}{b-t_n} \leq \nu \leq \frac{(2(\delta+1)-\frac{1}{2})\pi+\theta_2}{b-t_n}$$

ナル區間 = 等分シテオクトキ

必ズ何番目カ = 入ル。ソノ番号ヲ δ トスレバ

点 E_m カラ直線 $R\lambda = K_0 + \delta$ 上ヲバ上ルカ又ハ下ルカシテ

点 $K_0 + \delta + i \frac{(2\delta+1-\frac{1}{2})\pi+\theta_2}{b-t_n}$ = 達スル。 (コレヲ F_m トス)

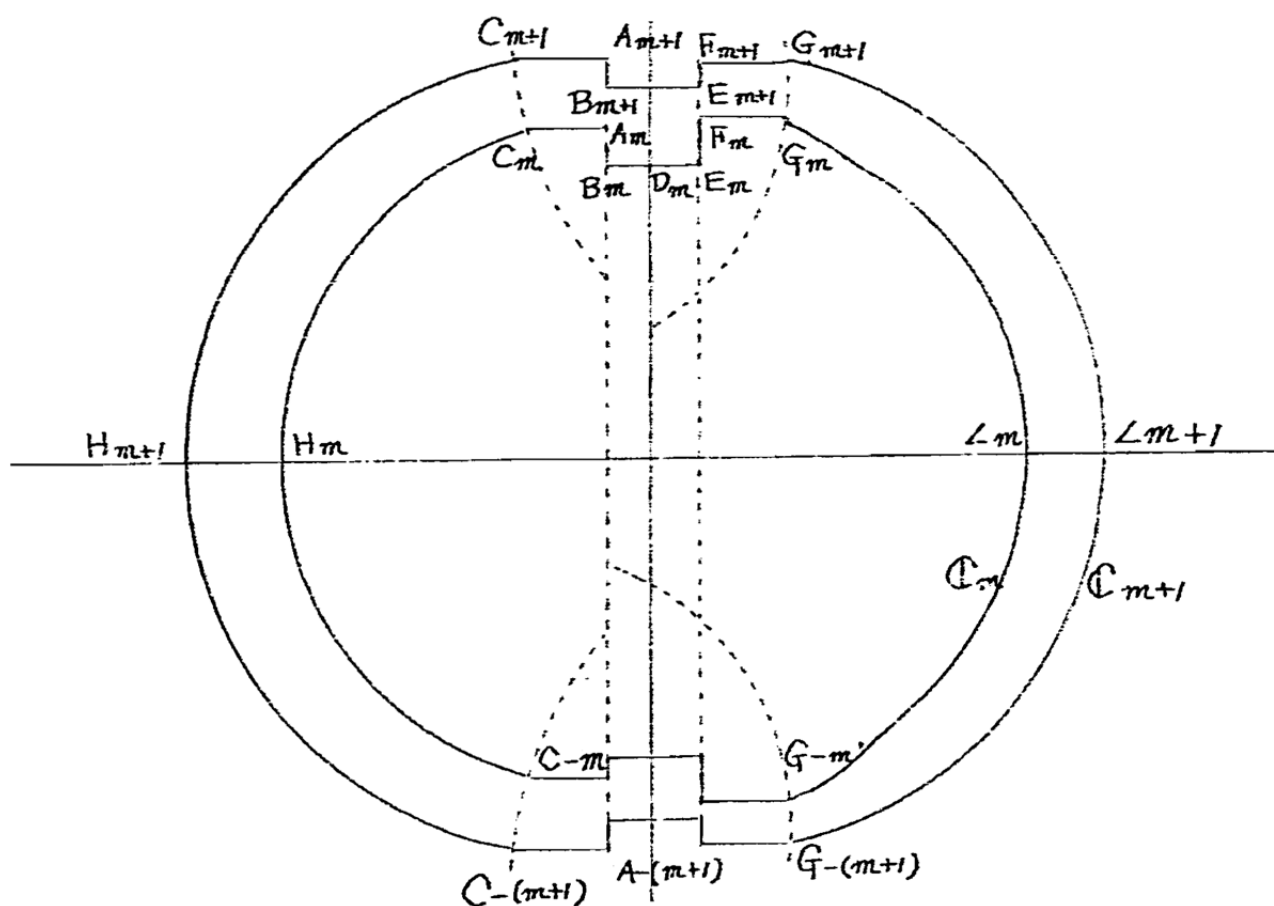
$$\text{ソレカラ } \nu = \frac{(2\delta+1-\frac{1}{2})\pi+\theta_2}{b-t_n} = \text{沿フテ}$$

μ 軸 = 平行 =

$$\text{曲線 } |\lambda| = \left| \frac{g'(b)}{A_n} e^{-\lambda(t_n-b)} \right| e^{-\sigma} \quad (\sigma > 0)$$

ニ交ハルトコロマデ至ル。コレヲバ G_m トス。

第 IV 象限 = テハ第 I 象限ト μ 軸 = 関シテ 對稱ナ図形
ヲツクル。 G_m = 對稱ナ点ヲバ G_{-m} トスレバ、原点 O ヲ中
心トシ $\overline{OG_m}$ ヲ半径トスル円周デ G_m ト G_{-m} トヲ結ブコト =
由リ、積ル路ハ完成スル。



注意: 今ツクツタ積ル路ノ各点ハ

$$\sum_{i=1}^n A_i e^{\lambda t_i}, \quad \lambda + \frac{g'(b)}{A_n} e^{-\lambda(t_n - b)} \quad (R\lambda \geq 0 = \text{オケル})$$

$$\lambda - \frac{g'(a)}{A_1} e^{-\lambda(t_1 - a)} \quad (R\lambda \leq 0 = \text{オケル})$$

ドノ零点カラモ

$$\delta = \min\left(\frac{1}{2} \frac{\pi}{t_1 - a}, \frac{1}{2} \frac{\pi}{b - t_n}, \frac{2\pi}{4(t_1 - a)\left(n + \frac{(t_1 - a)(t_n - t_1)}{2\pi}\right)}\right) > 0$$

以上ノ距離 = アルコトハ明カデアル —— ソレ故ニ前述ノ *abschätzung* が適用サレル。

次ニ $\mathbb{C}_m^{(-)}$ 上ノ積分ノ評價ヲ行フ:

$$(i) \left| \int_{D_m B_m} \frac{e^{\lambda r}}{\lambda \int_a^b e^{\lambda t} d\varphi(t)} d\lambda \right| \leq \int_0^{-(K_0 + \delta)} \frac{e^{\mu r}}{K\delta|\nu| e^{\mu t_1}} d\mu = \frac{1}{K\delta|\nu|} \int_0^{-(K_0 + \delta)} e^{\mu(r - t_0)} d\mu$$

$$(ii) \left| \int_{B_m A_m} \frac{e^{\lambda r}}{\lambda \int_a^b e^{\lambda t} d\varphi(t)} d\lambda \right| \leq \frac{e^{-(K_0 + \delta)(\nu - t_1)}}{K\delta|\nu|} \frac{2\pi}{t_1 - a}$$

$$(iii) \left| \int_{A_m C_m} \frac{e^{\lambda r} d\lambda}{\lambda \int_a^b e^{\lambda t} d\varphi(t)} \right| \leq \frac{1}{H\delta|\nu|} \int_{-(K_0 + \delta)}^{-\tau} e^{-\mu(\eta - t_1)} d\mu \\ = \frac{1}{H\delta|\nu|(\eta - t_1)} \left\{ e^{-\tau(\eta - t_1)} - e^{-(K_0 + \delta)(\eta - t_1)} \right\}$$

$$\text{茲ニ } |\nu|^2 = e^{-2\sigma} \left| \frac{g'(a)}{A} \right|^2 e^{2\tau(t_1 - a)} - \tau^2 \quad (\tau > 0)$$

ニヨリ ν = 對シテ τ ハキマル。

$$\text{依ツテ } \frac{e^{-\tau(r - t_1)}}{|\nu|} \leq \frac{1}{C e^{-\sigma}} \frac{e^{-\tau(r - t_1)}}{e^{\tau(t_1 - a)}} = \frac{1}{C e^{-\sigma}} e^{(a - r)\tau}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(iv)} \quad & \left| \int_{\overline{C_m H_m}} \frac{e^{\lambda r}}{\lambda \int_a^{\beta} e^{\lambda t} d\varphi(t)} d\lambda \right| \\
 & \leq \frac{1}{P_\delta(1-e^{-\alpha})} \left| \int_{\overline{C_m H_m}} \left| \frac{e^{\lambda r}}{e^{\lambda a}} \right| |d\lambda| \right|
 \end{aligned}$$

(i), (ii) ハ $|\nu| \rightarrow \infty$ ノトキ常 = 零 = *tend* シ

(iii) = テハ $a < r$ ナラバ 零 = *tend* シ

$a = r$ ナラバ 高々有界

(iv) = テハ $a < r$ ナラバ 零 = *tend* シ

$a = r$ ナラバ 高々有界

B_1, B_2 同様にアル, 系ハ從ツテ明ラカデアイル。

$$\begin{aligned}
 & \times \frac{1}{2\pi i} \oint_{\mathbb{C}_m} \frac{W_1(\lambda, \delta) \int_a^{\beta} e^{\lambda t} d\varphi(t)}{\lambda \int_a^{\beta} e^{\lambda t} d\varphi(t)} d\lambda \\
 & = \frac{1}{2\pi i} \left\{ \int_{\mathbb{C}_m^{(-)}} + \int_{\mathbb{C}_m^{(+)}} \right\} \\
 & = \frac{1}{2\pi i} \int_{\mathbb{C}_m^{(-)}} \frac{\int_a^{\beta} e^{\lambda t} d\varphi(t)}{\lambda \int_a^{\beta} e^{\lambda t} d\varphi(t)} d\lambda \\
 & \quad + \frac{1}{2\pi i} \int_{\mathbb{C}_m^{(+)}} \frac{d\lambda}{\lambda} - \frac{1}{2\pi i} \int_{\mathbb{C}_m^{(+)}} \frac{\int_a^{\beta} e^{\lambda t} d\varphi(t)}{\lambda \int_a^{\beta} e^{\lambda t} d\varphi(t)} d\lambda
 \end{aligned}$$

ユ、=, 第一, 第三ノ積分ハ $A, B = \infty$ リ零 = *tend* スル
 カラ全体ハ $\frac{1}{2} = \text{tend}$ スル。

$$W_2(\lambda, \delta) = 1 - e^{-\lambda\delta} \Rightarrow W_1(\lambda, \delta), \text{ 代リ} = \text{オクト}$$

$$e^{-\lambda\delta} \int_{\beta}^b e^{\lambda t} d\varphi(t) = O(e^{\lambda(b-\delta)}) \quad (R\lambda \geq 0 = \tau)$$

$$= O(e^{\lambda(\beta-\delta)}) \quad (R\lambda \leq 0 = \tau)$$

ソレ故 $a < \beta - \delta < b - \delta < b$

ナル限リ

$$\oint_{\mathbb{C}_m} \frac{e^{-\lambda\delta} \int_{\beta}^b e^{\lambda t} d\varphi(t)}{\lambda \int_a^b e^{\lambda t} d\varphi(t)} d\lambda \rightarrow 0$$

$$\begin{aligned} \times \quad & \frac{1}{2\pi i} \oint_{\mathbb{C}_m} \frac{e^{\lambda\delta} - 1}{\lambda G(\lambda)} \int_{\beta}^b e^{\lambda t} d\varphi(t) \\ &= \frac{1}{2\pi i} \left[\oint_{\mathbb{C}_m} \frac{e^{\lambda\delta}}{\lambda} - \oint \frac{e^{\lambda\delta}}{\lambda G(\lambda)} \int_a^{\beta} e^{\lambda t} d\varphi(t) d\lambda \right. \\ & \quad \left. - \oint \frac{\int_{\beta}^b e^{\lambda t} d\varphi(t)}{\lambda G(\lambda)} d\lambda \right] \end{aligned}$$

$$e^{\lambda\delta} \int_a^{\beta} e^{\lambda t} d\varphi(t) = O(e^{\lambda(\beta+\delta)}) \quad R\lambda \geq 0 = \tau$$

$$= O(e^{\lambda(a+\delta)}) \quad R\lambda \leq 0 = \tau$$

$a < a + \delta < \beta + \delta < b$ ナラ シメテ オケ バ中央ノ積分ハ 零 =
tend スルカラ、求メル結果ヲ得ル。

残りニ全ク同様ニ証明サレル。

—(続ク)—